

## BRS1 - ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

**Indirizzo:** SCIENTIFICO – Progetto “BROCCA”

CORSO SPERIMENTALE

**Tema di:** FISICA E LABORATORIO

Il candidato svolga una breve relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta.

### Primo tema

Nella prima metà del secolo XX, dopo la scoperta che la radiazione elettromagnetica ha un comportamento duale, ondulatorio e corpuscolare, fu formulata l'ipotesi che anche la materia, considerata composta da particelle, potesse presentare caratteristiche ondulatorie.

Il candidato:

- spieghi il significato dell'espressione “*la radiazione elettromagnetica ha un comportamento duale, ondulatorio e corpuscolare*” e descriva un esperimento che ha messo in evidenza il comportamento corpuscolare;
- spieghi il significato dell'espressione “*fu formulata l'ipotesi che la materia, considerata composta da particelle, potesse presentare caratteristiche ondulatorie*” e descriva un esperimento che ha confermato la realtà di quest'ipotesi teorica;
- calcoli quanti fotoni emette in un minuto una stazione radio che trasmette musica alla frequenza di 99 MHz con una potenza di uscita di 20 kW;
- calcoli la lunghezza d'onda associata ad un elettrone che, con velocità iniziale trascurabile, è stato accelerato tra due elettrodi da una differenza di potenziale di 200 V;
- calcoli, in eV, la minima energia cinetica che può avere un elettrone costretto a muoversi in uno spazio unidimensionale lungo 0,1 nm:
  - velocità della luce:  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s;
  - costante di Planck:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s;
  - massa dell'elettrone:  $m = 9,11 \times 10^{-31}$  kg;
  - carica dell'elettrone:  $e = 1,60 \times 10^{-19}$  C.

1. Il comportamento duale della radiazione elettromagnetica (e della materia) significa che essa può dar luogo, in base all'osservazione effettuata, a fenomeni tipicamente ondulatori oppure tipicamente corpuscolari, ovvero spiegabili solo alla luce di uno solo dei due modelli.

Il comportamento ondulatorio si manifesta ad esempio nei fenomeni di diffrazione e interferenza che, scoperti da Young, hanno imposto il modello ondulatorio della luce nella fisica del XIX secolo: la luce che incide su una doppia fenditura (con fori dell'ordine di grandezza della lunghezza d'onda) determina su uno schermo un tipico spettro di interferenza, ovvero una figura a bande alternate chiare e scure, non spiegabile nell'ambito di un modello corpuscolare che prevederebbe invece due zone fortemente illuminate in corrispondenza delle fenditure, separate da una zona più evanescente.

Riguardo il comportamento corpuscolare si possono citare le esperienze fondamentali dell'effetto fotoelettrico, spiegato da Einstein nel 1905, e dell'effetto Compton (1923); il primo consiste nell'emissione di elettroni da una placchetta metallica sulla quale venga fatta incidere radiazione elettromagnetica; il secondo consiste nella diffusione di radiazione elettromagnetica incidente su elettroni, che comporta una variazione cromatica dipendente dall'angolo di deviazione della radiazione stessa; entrambi gli esperimenti non trovano spiegazione nell'ambito della fisica classica, in particolare del modello ondulatorio della luce, ma solo ipotizzando una natura corpuscolare della radiazione e.m., ovvero assumendo che essa sia composta da particelle indivisibili, portanti ciascuna energia e impulso quantizzati.

Una trattazione più dettagliata dei due fenomeni è stata svolta nel tema di esame del [1999 sess. suppletiva](#) cui si rimanda.

L'espressione citata riguardo la natura duale della radiazione e.m. (e della materia) rimanda all'interpretazione della realtà di Bohr formulata nel principio di complementarità (1927); secondo Bohr compito della fisica non è quello di spiegare la natura ma solo di descriverne i comportamenti, e per far ciò è necessario che l'osservatore utilizzi strumenti macroscopici e, soprattutto, il linguaggio della fisica classica: non ha cioè senso chiedersi quale sia la *vera* natura della luce, ma solo descriverne gli aspetti fenomenologici che potranno essere, *in dipendenza di cosa sceglie di osservare lo sperimentatore*, inquadrabili in un modello ondulatorio oppure corpuscolare; tali aspetti sono *complementari* (o come interpreti moderni preferiscono dire *contraddittori*), nel senso che non è possibile evidenziarli contemporaneamente.

Tale interpretazione non è stata condivisa da tutti i fisici che hanno contribuito allo sviluppo della meccanica quantistica (né da quelli successivi che hanno piuttosto evidenziato l'inutilità

del principio di complementarità): ad es. Einstein sosteneva che l'aspetto corpuscolare si manifesta allorché esaminiamo la radiazione e.m. da un punto di vista *microscopico*, mentre l'aspetto ondulatorio emerge quando si guarda la radiazione da un punto di vista *macroscopico*, che comporta l'osservazione di valori mediati spaziotemporalmente (in modo analogo a come, in un gas, il parametro temperatura è la mediazione macroscopica delle energie molecolari).

- 2 L'ipotesi che anche la materia potesse presentare caratteristiche ondulatorie fu formulata da De Broglie nel 1923, ispirata dall'idea di una simmetria fondamentale tra materia e radiazione: così come la radiazione e.m. presenta un aspetto corpuscolare, con fotoni di energia  $E = h\nu$  e impulso  $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$ , si può ipotizzare che ad una particella di massa  $m$  e velocità  $v$ ,

ovvero con impulso classico  $p = mv$ , sia associata una lunghezza d'onda  $\lambda = \frac{h}{p}$ .

Tale ipotesi permette di spiegare la condizione di quantizzazione imposta di Bohr per le orbite degli elettroni atomici, in quanto se l'elettrone manifesta un comportamento ondulatorio, la stabilità dell'orbita impone che tale onda sia un'onda stazionaria (principale caso di quantizzazione nella meccanica classica) che comporta, per un'orbita di raggio  $r$ :

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{mv} \quad \Rightarrow \quad mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (n \in \mathbb{N})$$

Una verifica sperimentale diretta ed eclatante della natura ondulatoria degli elettroni è stata compiuta nel 1927 Davisson e Germer: inviando un fascio di elettroni a bassa energia (circa 50 eV) su un reticolo cristallino riuscirono a produrre una figura di interferenza qualitativamente identica a quella prodotta dalla diffrazione di raggi X; applicando la relazione di De Broglie, possiamo determinare la lunghezza d'onda associata a tali elettroni:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_C}} = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(2 \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 50 \text{ eV} \cdot 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV})} = 1.73 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

corrispondente alla banda dei raggi X; nel terzo passaggio si è fatto uso della relazione classica

tra energia e impulso  $E_C = \frac{p^2}{2m}$  (il formalismo classico è giustificato dalla bassa energia

cinetica dell'elettrone, pari a circa  $1/10^4$  della sua energia a riposo ( $m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV}$ )

$$3. \quad E = W \cdot \Delta t = N h \nu \quad \Rightarrow \quad N = \frac{W \Delta t}{h \nu} = \frac{2 \cdot 10^4 \text{ W} \cdot 60 \text{ s}}{6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \cdot 99 \cdot 10^6 \text{ Hz}} = 1.83 \cdot 10^{31}$$

4. Applicando le relazioni classiche calcoliamo la velocità acquisita dall'elettrone:

$$v = \sqrt{\frac{2e\Delta V}{m_e}} = 8.4 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

essendo  $\frac{v}{c} = 0.028$  l'uso delle relazioni classiche risulta giustificato a posteriori.

Applicando la relazione di De Broglie si ha pertanto:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_e v} = \frac{h}{\sqrt{2em_e\Delta V}} = 8.7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

5. Dobbiamo considerare il moto di un corpo in una buca di potenziale nella quale si instaura un'onda stazionaria associata alla particella; l'energia minima corrisponde alla massima lunghezza d'onda, ovvero al modo vibrazionale fondamentale; indicando con  $L$  la larghezza della buca si ha quindi:

$$\lambda = 2L$$

pertanto

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2L}$$

da cui segue infine

$$E_c = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{h^2}{8m_e L^2} = 37.7 \text{ eV}$$

( $1 \text{ eV} = 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ )

Per giustificare il calcolo classico è sufficiente confrontare l'energia cinetica con l'energia a riposo dell'elettrone

$$E_0 = m_e c^2 = 0.511 \text{ MeV} = 5.11 \cdot 10^5 \text{ eV}$$

ed essendo  $E_c \ll E_0$  il calcolo classico risulta pienamente giustificato.

Riteniamo utile comunque riportare, per eventuali applicazioni diverse, anche il calcolo relativistico:

applicando l'invariante relativistico energia-impulso

$$E^2 - c^2 p^2 = m_e^2 c^4$$

si ottiene, per l'energia totale dell'elettrone (somma di energia a riposo ed energia cinetica)

$$E = m_e c^2 \sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e^2 c^2}} = m_e c^2 \sqrt{1 + \left(\frac{h}{2m_e c L}\right)^2}$$

da cui l'energia cinetica risulta:

$$E_C = E - m_e c^2 = m_e c^2 \left( \sqrt{1 + \left(\frac{h}{2m_e c L}\right)^2} - 1 \right) = 37.6 \text{ eV}$$

in accordo con il limite non relativistico.