



*Ministero della Pubblica Istruzione*

**BRST – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO**

CORSO SPERIMENTALE – Progetto “BROCCA”

Indirizzo: SCIENTIFICO TECNOLOGICO

Tema di: FISICA

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica e delle cifre significative nella presentazione dei risultati numerici.

**Primo tema**

All'inizio del secolo scorso il fisico tedesco Max Planck interpretò i risultati sperimentali relativi alla radiazione del corpo nero introducendo l'ipotesi della quantizzazione dell'energia. Quest'ipotesi, intesa inizialmente solo come uno stratagemma matematico utile per far coincidere i risultati teorici e quelli sperimentali, apparve invece come una realtà fisica pochi anni dopo, con l'interpretazione dell'effetto fotoelettrico fatta da Einstein e con la successiva conferma dovuta all'effetto Compton.

Il candidato spieghi:

1. che cosa s'intende per corpo nero e come lo studio della sua radiazione ha portato Planck ad avanzare l'ipotesi dei quanti d'energia;
2. la differenza tra il concetto di “fotone” utilizzato da Einstein per spiegare l'effetto fotoelettrico e quello del “quanto d'energia” proposto pochi anni prima da Planck;
3. i fenomeni fisici dell'effetto fotoelettrico e di quello Compton, descrivendo anche le leggi che permettono d'interpretarne i risultati sperimentali

Il candidato risolva, infine, il seguente problema.

Un fotone, con energia 0,1 MeV, interagisce con un elettrone la cui velocità può essere considerata trascurabile. Calcolare, sempre in MeV, l'energia finale del fotone sapendo che il suo angolo di deviazione dovuto all'effetto Compton è di  $30^\circ$ . Commentare il risultato ottenuto.

Si ricorda che l'elettrone ha carica elettrica negativa  $1,60 \cdot 10^{-19}$  C e massa  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg. Inoltre, i valori della costante di Planck e della velocità della luce sono  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s e  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

Il tema è sostanzialmente identico a quello trattato negli Esami di Stato 1999 sess. Suppletiva, 2004 ses. Ordinaria, 2006 sess. ordinaria), per cui si rimanda anche all'esame delle soluzioni proposte per tali prove; aggiungiamo comunque alcune considerazioni.

1.

Per corpo nero si intende un corpo capace di assorbire tutta la radiazione incidente su di esso; un modo reale per ottenere un corpo approssimativamente nero è quello di prendere una cavità (ovvero una superficie chiusa), ricoprirla di nero fumo (in pratica, fumo di caminetto), in modo da assorbire almeno la componente visibile della radiazione e.m. incidente, eliminando il più possibile la radiazione riflessa, e praticarvi un piccolo foro. La radiazione eventualmente entrata attraverso il foro viene assorbita dalle pareti ed ha pertanto una bassissima probabilità di essere riemessa; evidenziamo che il termine *nero* ha una ovvia derivazione ottica, tuttavia l'assenza di riflessione è estesa all'intero spettro elettromagnetico; anche le stelle hanno infine un'emissione assimilabile a quella del corpo nero. Un corpo nero, posto in equilibrio termico con l'ambiente, ad una determinata temperatura, si comporta come un radiatore puro emettendo radiazione secondo uno spettro tipico, riportato in figura, le cui caratteristiche principali sono:

l'intensità di emissione tende a zero per piccole o grandi lunghezze d'onda (o corrispondentemente, grandi o piccole frequenze):

$$\lim_{\substack{\lambda \rightarrow 0 \\ (\nu \rightarrow \infty)}} I(\lambda, T) = \lim_{\substack{\lambda \rightarrow \infty \\ (\nu \rightarrow 0)}} I(\lambda, T) = 0$$

La lunghezza d'onda corrispondente al picco di emissione è inversamente proporzionale alla temperatura assoluta (legge di Wien):

$$\lambda_{\max} T = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$

L'intensità totale di emissione (energia per unità di tempo e di superficie), corrispondente all'area limitata da ciascuna curva, è espressa dalla legge di Stefan-Boltzmann

$$I = \sigma T^4,$$

dove  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$  è la costante di Stefan.

Lo spettro di emissione del corpo nero è risultato inspiegabile nell'ambito della fisica classica, in grado di riprodurre la parte destra del grafico, ovvero l'emissione a bassa energia (grande lunghezza d'onda) ma non la parte sinistra (basse lunghezze d'onda, quindi alte frequenze), per la quale il modello classico prevedeva una inaccettabile divergenza (la cosiddetta *catastrofe ultravioletta*). Planck riuscì a ricostruire lo spettro ipotizzando che l'emissione non fosse

continua ma che le molecole della parete (assimilate a degli oscillatori e.m.) vibrassero, quindi scambiassero energia, unicamente per valori multipli interi di una grandezza fondamentale, introducendo per la prima volta nella fisica moderna un'ipotesi di quantizzazione:  $E = nh\nu$ , dove  $\nu$  è la frequenza emessa,  $h$  la costante di Planck ( $h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ ) e  $n$  un numero intero.

L'analisi di Planck permise di ottenere la relazione:

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (1)$$

in accordo con i risultati sperimentali; in particolare, nel limite di basse e alte frequenze, assume la forma:

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} I(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT \quad (2)$$

e

$$\lim_{\nu \rightarrow +\infty} I(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (3)$$

L'ipotesi di Planck non era tuttavia, per sua stessa ammissione, supportata da un adeguato modello fisico ma si configurava essenzialmente come un artificio matematico in grado di riprodurre correttamente i valori sperimentali ma il cui significato restava incompreso, quindi di scarso valore conoscitivo.

2.

Come detto al punto precedente, il quanto di energia proposto da Planck rappresenta la quantità minima che il corpo nero (o più in generale la materia) può emettere, sotto forma la radiazione elettromagnetica.

Nell'interpretazione dell'effetto fotoelettrico (1905) Einstein riprende l'ipotesi di Planck, supponendo che l'energia associata alla radiazione elettromagnetica incidente non venga trasferita con continuità ma in *pacchetti* discreti (o *quantizzati*) indivisibili, ciascuno dotato di energia proporzionale alla frequenza della radiazione emessa ( $E = h\nu$ , dove  $h$  è la costante di Planck), i *quanti di luce*.

A differenza di Planck, Einstein sostiene la sua ipotesi con un modello fisico, poiché i *quanti di luce*, attualmente chiamati *fotoni*, hanno proprietà di tipo corpuscolare, trasferiscono interamente la loro energia, in modo pressoché istantaneo, ai corpi con i quali interagiscono, ad es. nel caso dell'effetto fotoelettrico, agli elettroni della placchetta metallica emettitrice.

Utilizzando il linguaggio della fisica moderna, il fotone è una particella di massa a riposo nulla (quindi non può essere fermato ma si muove necessariamente, come segue dalle equazioni della relatività ristretta, alla velocità  $c$ ), con energia  $E = h\nu$  e impulso  $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$ , ricavabile facilmente a partire dall'invariante relativistico energia-impulso

$$E^2 - c^2 p^2 = m^2 c^4 \quad (4)$$

ponendo  $m = 0$ . Si può notare che la relazione,  $p = E/c$ , era già nota come relazione energia-impulso per l'onda elettromagnetica, dedotta classicamente a partire dalle equazioni di Maxwell).

3.

Per *effetto fotoelettrico* si intende l'emissione di elettroni da parte di un metallo indotta dalla radiazione elettromagnetica (generalmente nella banda del visibile o del vicino ultravioletto); perché avvenga l'emissione è necessario che l'elettrone riceva una quantità di energia non inferiore all'energia di ionizzazione dell'atomo. L'apparato sperimentale idoneo a studiare il fenomeno può rappresentarsi mediante lo schema in fig. 3.

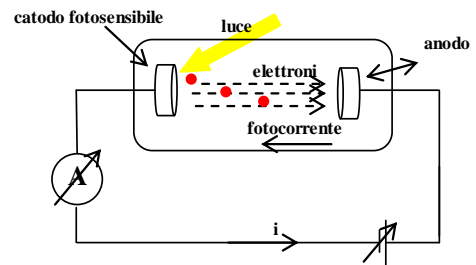
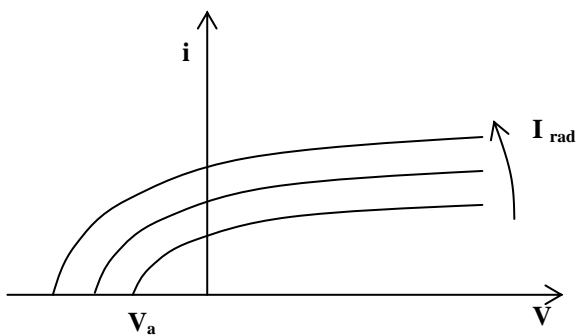


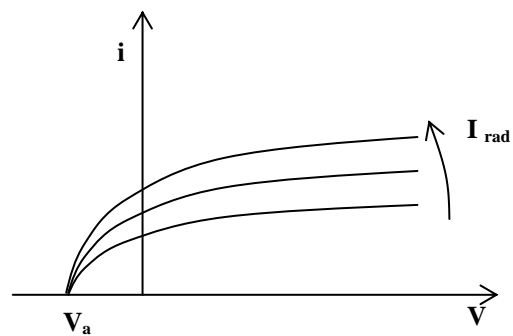
Fig. 3

Sperimentalmente si rileva che,

- a - indipendentemente dall'intensità della radiazione incidente, l'emissione avviene soltanto per frequenze superiori ad una frequenza di soglia  $\nu_0$ ;
- b - per  $\nu > \nu_0$ , l'emissione dell'elettrone è praticamente immediata, anche per intensità della radiazione incidente molto basse;
- c - il potenziale di arresto da applicare all'anodo per inibire la corrente determinata dalla fotoemissione è indipendente dall'intensità della radiazione incidente (figg. 4 e 5).



**Fig. 4:** *previsione classica: il potenziale di arresto diminuisce all'aumentare dell'intensità della radiazione incidente*



**Fig. 5:** *risultato sperimentale: il potenziale di arresto non varia al variare dell'intensità della radiazione incidente*

Queste caratteristiche non possono essere spiegate in ambito classico, in quanto classicamente un atomo assorbe energia con continuità per cui qualunque radiazione incidente su un metallo, indipendentemente dalla sua frequenza e intensità, dovrebbe essere in grado, dopo un tempo sufficientemente lungo, di provocare l'emissione dell'elettrone da un metallo; il tempo di emissione (finito) si può classicamente determinare come  $\Delta t = \frac{eV_i}{W_{rad}}$ , dove  $eV_i$  indica l'energia di ionizzazione dell'atomo (dell'ordine di qualche  $eV$  per i metalli) e  $W_{rad}$  la potenza della radiazione incidente; per intensità sufficientemente basse, quali quelle abitualmente utilizzate nelle esperienze in questione, il tempo previsto dalla teoria classica può diventare molto lungo (dell'ordine dei minuti), in contrasto con i risultati sperimentali; restano in tal modo inspiegate l'esistenza della frequenza di soglia e dell'istantaneità dell'emissione degli elettroni.

Per quanto concerne il potenziale di arresto, la teoria classica ne prevede un aumento proporzionale all'aumento di intensità, in quanto la maggiore intensità di illuminazione, assorbita dagli elettroni, ne comporterebbe l'emissione con maggiore energia cinetica.

Nell'ambito della teoria quantistica, assumendo che l'energia sia trasmessa tramite fotoni di energia  $E = h\nu$  (i *quanti di energia* di Einstein), assorbiti pressoché istantaneamente dagli elettroni atomici, l'emissione avviene solo per frequenze tali che

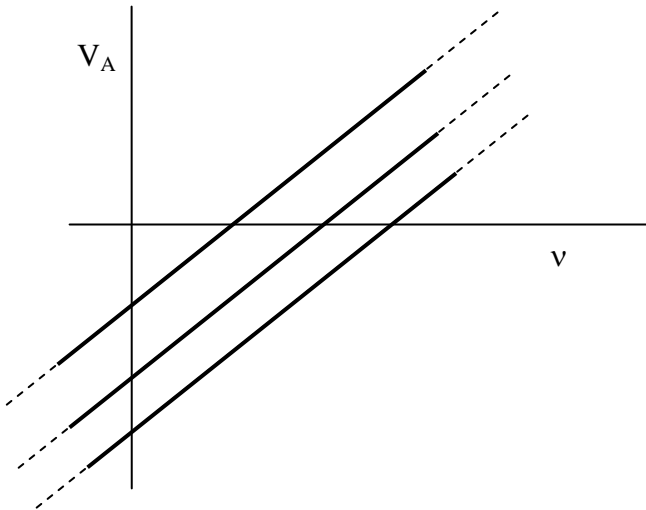
$$h\nu \geq eV_i \Rightarrow \nu \geq \frac{eV_i}{h} = \nu_0 \quad (5)$$

spiegando così i primi due aspetti sperimentali citati.

Per frequenze superiori alla frequenza di soglia, si ha:

$$h\nu = eV_i + E_c = eV_i + eV_a \Rightarrow V_a = \frac{h}{e}\nu - V_i \quad (6)$$

dove  $E_c = h\nu - eV_i$  è l'energia cinetica del fotoelettrone e  $V_a$  il potenziale di arresto, che risulta dipendere linearmente dalla frequenza ma non dall'intensità della radiazione incidente.



**Fig. 6:** dipendenza del potenziale di arresto dalla frequenza della radiazione incidente per diversi metalli

Dalla relazione (6) si deduce inoltre che, per metalli diversi, le rette che esprimono la dipendenza tra potenziale di arresto e frequenza presentano uguale pendenza (anche questo risultato non è spiegato dalla fisica classica) e ordinata all'origine diversa (pari all'opposto del potenziale di estrazione, fig. 6); infine si nota dai grafici di figg. 4 e 5 l'esistenza di una corrente di saturazione che si verifica allorché il numero di elettroni che riescono a raggiungere, nell'unità di tempo, l'anodo uguaglia quello degli elettroni emessi dal catodo; in questo caso le interpretazioni classica e quantistica coincidono.

L'effetto Compton è la *diffusione* (*urto* o *scattering*) di un fotone contro un elettrone atomico; anche questo esperimento si realizza sottoponendo una sottile lastra metallica alla radiazione elettromagnetica, utilizzando tipicamente energie più elevate, nello spettro X o  $\gamma$ : l'effetto è infatti significativo per energie della radiazione confrontabili con l'energia a riposo dell'elettrone.

Nella diffusione il fotone si comporta come un corpuscolo materiale per cui le caratteristiche del sistema (stato di moto dell'elettrone, angolo di diffusione e frequenza del fotone diffuso) possono determinarsi applicando al sistema elettrone-fotone le equazioni relativistiche di conservazione di energia (7) e impulso (componente  $x$  eq. (8), componente  $y$  eq. (9)):

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + m_e \gamma c^2 \quad (7)$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \vartheta + m_e \gamma V \cos \varphi \quad (8)$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \vartheta - m_e \gamma V \sin \varphi \quad (9)$$

Risolvendo ed esprimendo il risultato ottenuto come spostamento della lunghezza d'onda tra il fotone diffuso ( $\lambda'$ ) e quello incidente ( $\lambda$ ) si ottiene infine

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \vartheta) \quad (10)$$

il fotone diffuso ha lunghezza d'onda maggiore di quello incidente in quanto cede parte della propria energia all'elettrone, diminuendo così la frequenza; la variazione è massima per  $\cos \theta = -1$ , ovvero quando il fotone è riflesso all'indietro (come del resto accade in un urto elastico tra corpi macroscopici).

Si può infine notare che l'eq. 10 contiene le costanti fondamentali  $h$  e  $c$ , ad indicare che l'effetto Compton è spiegabile utilizzando contemporaneamente le teorie della relatività e della meccanica quantistica.

### *Problema*

Anche in questo caso il problema ricalca quelli già assegnati in passato, mantenendo inoltre le stesse imprecisioni numeriche.

La relazione tra le lunghezze d'onda del fotone diffuso e incidente è descritta dall'effetto Compton:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \vartheta)$$

Da cui, passando alle energie:

$$\frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = \frac{h}{mc} (1 - \cos \vartheta) \quad \Rightarrow \quad E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{mc^2} (1 - \cos \vartheta)} = 0.097 \text{ MeV}$$

Dove  $mc^2 = 0.511 \text{ MeV}$  è l'energia a riposo dell'elettrone.

In base ai valori di  $c$  e di  $E$  forniti, il risultato finale dovrebbe essere scritto con una sola cifra significativa, ovvero  $E' = 0.1 \text{ MeV}$  per cui, a tale livello di precisione, non si potrebbe rilevare la perdita di energia da parte del fotone diffuso (ovvero non si avrebbe effetto Compton).