Sessione ordinaria 2014
Seconda prova scritta

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

BRST – ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSI SPERIMENTALI

Tema di: FISICA

Il candidato svolga una relazione su uno solo dei seguenti due temi, a sua scelta, prestando particolare attenzione al corretto uso della terminologia scientifica e delle cifre significative nella presentazione dei risultati numerici.

Primo tema

Arthur Compton vinse nel 1927 il premio Nobel per la Fisica per la scoperta dell'effetto che porta il suo nome.

Il candidato:

1) descriva l'effetto Compton ed analizzi le equazioni che lo caratterizzano;
2) esponga il concetto di lunghezza d'onda di Compton;
3) si soffermi sul motivo per cui l'effetto in esame è considerato una delle più importanti prove sperimentali dell'interpretazione quantistica delle radiazioni elettromagnetiche;
4) esponga, quindi, cosa si intende per aspetto corpuscolare delle radiazioni elettromagnetiche;
5) risolva infine il seguente problema:

   Un fotone urta un elettrone libero che ha una velocità iniziale che può essere considerata trascurabile. Dopo l'urto si rileva un fotone diffuso che ha un'energia pari a 101 keV e che presenta un angolo di deviazione dovuto all'effetto Compton di 30° 00'.

   Ricavare l'energia del fotone incidente e l'energia cinetica dell'elettrone di rimbalzo sempre espresse in eV.

Si ricorda che:

$1\ eV = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ J$

$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$ (costante di Planck)

$m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ kg$ (massa a riposo dell'elettrone)

$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}\ m/s$ (velocità della luce)

1

L'effetto Compton è la *diffusione* (*scattering*) di un fotone contro un elettrone atomico; l'esperimento si realizza sottoponendo una sottile lastra di grafite o metallica alla radiazione elettromagnetica, tipicamente nello spettro dei raggi X o γ: l'effetto è infatti significativo per energie della radiazione almeno confrontabili con l'energia a riposo dell'elettrone.

Il fenomeno si studia applicando al sistema elettrone-fotone le equazioni relativistiche di conservazione di energia (1) e impulso (eq. (2) e (3)). Nella diffusione il fotone si comporta come un corpuscolo materiale avente energia $E = h\nu$ e quantità di moto $p_\gamma = \frac{h\nu}{c}$.

L'energia cinetica iniziale dell'elettrone, trattandosi di un elettrone legato, è trascurabile; dopo l'urto ha energia $E = m_e \gamma c^2$ e quantità di moto $p = m_e \gamma V$.

Orientando l'asse x nella direzione del fotone incidente, e indicando con θ e φ gli angoli di diffusione rispettivamente del fotone e dell'elettrone si ha;

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + m_e \gamma c^2 \tag{1}$$

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\vartheta + m_e \gamma V \cos\varphi \tag{2}$$

$$0 = \frac{h\nu'}{c}\sin\vartheta - m_e \gamma V \sin\varphi \tag{3}$$

risolvendo ed esprimendo il risultato ottenuto come varaiazione della lunghezza d'onda tra il fotone diffuso (λ') e quello incidente (λ) si ottiene infine

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}\left(1 - \cos\vartheta\right) \tag{4}$$

il fotone diffuso ha lunghezza d'onda maggiore di quello incidente in quanto cede parte della propria energia all'elettrone, diminuendo così la frequenza; la variazione è massima per $\cos\ \theta = -1$, ovvero quando il fotone è riflesso all'indietro (come del resto accade in un urto elastico tra corpi macroscopici).

2

La lunghezza d'onda Compton è data da $\lambda_C = \frac{h}{mc}$, ovvero la costante che figura a secondo membro della (4).

Essendo $\lambda = \frac{c}{\nu}$, si può elaborare l'espressione della lunghezza d'onda Compton ottenendo:

$$\lambda_C = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{mc}$$

da cui

$$mc^2 = h\nu = \frac{hc}{\lambda_C}$$

ovvero la lunghezza d'onda Compton è la lunghezza d'onda di un fotone la cui energia è uguale all'energia a riposo della particella urtata; il suo valore esprime l'ordine di grandezza della lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica in grado di produrre significativi trasferimenti di energia tra il fotone e la particella.
Le lunghezze d'onda Compton di elettrone e protone valgono rispettivamente:
$\lambda_e = 2,43 \cdot 10^{-12} m$ (energia corrispondente ≈ 0,5 MeV)e $\lambda_p = 1,32 \cdot 10^{-15} m$ (energia ≈ 1 GeV).

3, 4

L'effetto Compton è considerato una delle più importanti prove sperimentali dell'interpretazione quantistica (corpuscolare) della radiazione e.m. in quanto la relazione tra l'angolo di diffusione del fotone e l'energia ceduta all'elettrone (o, equivalentemente, lo spostamento in lunghezza d'onda) non è spiegabile nell'ambito della teoria elettromagnetica classica, ovvero mediante un modello ondulatorio, ma solo supponendo un'interazione *puntuale* tra radiazione incidente e materia.
Ciò equivale quindi, come del resto è evidente già dalle equazioni utilizzate al punto 1, ad una interpretazione corpuscolare della radiazione: mentre a livello macroscopico la luce si manifesta come un'onda, quindi come un *continuo*, a livello microscopico (cioè per energie dell'ordine dell'energia a riposo dei costituenti la materia), la radiazione mostra una struttura *granulare,* ovvero risulta composta ed interpretabile in termini di corpuscoli materiali, i *fotoni,* la cui energia e quantità di moto dipendono unicamente dalla frequenza.
L'aspetto corpuscolare della radiazione emerge anche in altri fenomeni che hanno determinato la transizione dalla fisica classica alla meccanica quantistica, in particolare nell'effetto fotoelettrico.
Le principali caratteristiche dell'emissione del fotoelettrone, ovvero l'esistenza di una frequenza di soglia, l'istantaneità dell'emissione, nonché la dipendenza del potenziale di arresto da intensità e frequenza della radiazione incidente, sono incompatibili con un modello puramente ondulatorio, mentre sono facilmente spiegabili ammettendo che il trasferimento di energia tra radiazione e materia avvenga mediante un urto anelastico di una *particella*, il fotone, con l'elettrone.

5

La relazione che esprime l'effetto Compton

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\vartheta)$$

può esprimersi in termini dell'energia iniziale (*E*) e finale (*E'*) del fotone: essendo

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{h\nu} = \frac{hc}{E}$$

si ottiene

$$\frac{hc}{E'} - \frac{hc}{E} = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\vartheta) \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{m_e c^2 E'}{m_e c^2 - E'(1-\cos\vartheta)} = \frac{E'}{1-\frac{E'}{m_e c^2}(1-\cos\vartheta)} = 104\,keV = 1{,}04\cdot 10^5\ eV$$

per semplificare il calcolo numerico, è opportuno esprimere preliminarmente l'energia a riposo dell'elettrone in keV:

$$m_e c^2 = 511\ keV$$

L'elettrone diffuso ha energia

$E_e = E - E' = 3\ keV = 3000\ eV$;

essendo il valore della differenza molto minore di quella del fotone incidente, non è possibile mantenere nel risultato le 3 cifre significative dei dati iniziali (l'angolo di diffusione ne ha addirittura 4).