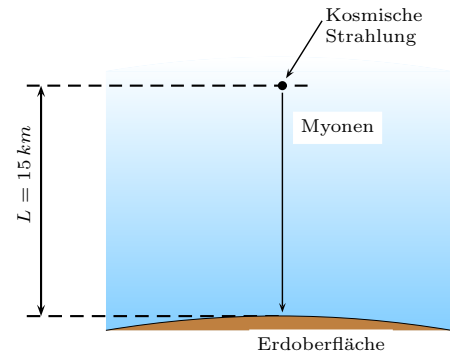


Frage 4

Die kosmische Strahlung wechselwirkt mit den höheren Atmosphärenschichten und erzeugt Teilchen, die Myonen genannt werden, die sehr instabil sind und im Eigensystem eine mittlere Lebensdauer von ca. $2,2\mu\text{s}$ haben um dann üblicherweise in ein Elektron und ein Neutrino und Antineutrino zu zerfallen. Die Geschwindigkeit der in der Atmosphäre erzeugten Myonen ist sehr hoch und in einigen Fällen im Vergleich zur Lichtgeschwindigkeit nicht vernachlässigbar klein.



(Anmerkung zur Übersetzung: Der letzte Satz ist vermutlich etwas unglücklich, da ja nicht die Geschwindigkeit vernachlässigt/nicht-vernachlässigt wird. Besser wäre es vermutlich gewesen, wenn im Text stehen würde, dass die Geschwindigkeit so hoch ist, dass die relativistischen Effekte nicht vernachlässigt werden können.)

Nehmen sie an, dass ein in der Höhe L erzeugtes Myon nach einer Zeit, die der mittleren Lebensdauer entspricht zerfällt und dabei $\frac{2}{3}$ der Höhe L zurückgelegt hat. Unter Berücksichtigung der beiden Ereignisse - Erzeugung und Zerfall des Myons - sind im System des Teilchens und im System der Erde die entsprechenden zeitlichen und räumlichen Abstände zwischen den Ereignissen, die Geschwindigkeit des Teilchens im Erdsystem und der zurückgelegte Weg im Teilchensystem zu berechnen.

Lösung: Man kennt die Eigenzeit $\Delta t'$ und den zurückgelegten Weg $s = \frac{2}{3}L$ im Erdsystem. Die Eigenzeit (also die mittlere Myonenlebensdauer) und die entsprechende Zeit im Erdsystem hängen nach folgender Beziehung entsprechen der Zeitdilatation zusammen ($\beta = \frac{v}{c}$ Relativgeschwindigkeit, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$):

$$\Delta t = \Delta t' \cdot \gamma \quad \text{die Zeit vergeht im Laborsystem schneller.}$$

Die Geschwindigkeit des Myons ergibt sich dann über die folgende Beziehung:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \overbrace{\beta \cdot c}^v = \frac{\Delta s}{\Delta t' \cdot \gamma} = \frac{\Delta s}{\Delta t'} \cdot \sqrt{1-\beta^2} \quad \Rightarrow \quad \beta^2 \cdot c^2 = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t'}\right)^2 \cdot (1-\beta^2)$$

$$\Rightarrow \quad \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{c^2 \cdot \Delta t'^2}{\Delta s^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s})^2 \cdot (2,2 \cdot 10^{-6} s)^2}{(10000 m)^2}}} = 0,99783 \quad \Rightarrow \quad v = \beta \cdot c = 2,9915 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

Für das Myon bewegt sich die Erde mit v . Der zurückgelegte Weg ist $v \cdot \Delta t' = 655,93 m$. Diese Strecke legt die Erde im Myonensystem zurück.