Frage 5

Gammastrahlung der Energie $20\,keV$ erfährt an einem freien ruhenden Elektron eine Comptonstreuung. Zu berechnen ist

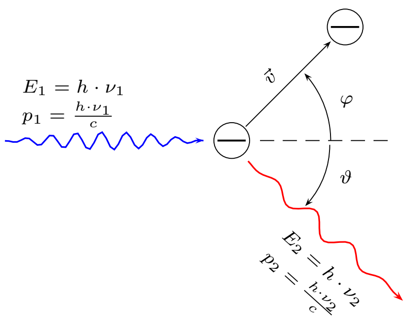
1. die Wellenlänge der einfallenden Röntgenstrahlung und die Wellenlänge der unter einem Winkel von 90° gestreuten Röntgenstrahlung,
2. die Energie der gestreuten Röntgenstrahlung und die kinetische Energie des Elektrons nach dem Stoß.

Lösung: Es wird anfangs die Wellenlänge des einfallenden Röntgenquants bestimmt (Plancksches Wirkungsquantum: $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js = 4{,}136 \cdot 10^{-15}\,eVs$):

$$E_1 = h \cdot \nu_1 \quad \Rightarrow \quad \nu_1 = \frac{E_1}{h} = \frac{20\,keV}{4{,}136 \cdot 10^{-15}\,eVs} = 4{,}836 \cdot 10^{18}\,\frac{1}{s} \qquad c = \lambda_1 \cdot \overbrace{\nu_1}^{1/T_1} \quad \Rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{c}{\nu_1} = 6{,}2 \cdot 10^{-11}\,m$$

Bei dieser Aufgabenstellung braucht es die Formeln zur Comptonstreuung (eine Herleitung ist an dieser Stelle zu umfangreich):

Masse des Elektrons: $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg$



$$\boxed{\lambda_C = \frac{h}{m_e \cdot c}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_C = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js}{9{,}11 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_C = 2{,}426 \cdot 10^{-12}\,m$$

$$\boxed{\Delta\lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos(\vartheta))} \quad \overset{\cos(90^\circ)=0}{\Rightarrow} \quad \Delta\lambda = \lambda_C = 2{,}426 \cdot 10^{-12}\,m$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = 6{,}2 \cdot 10^{-11} + 2{,}426 \cdot 10^{-12}\,m = 6{,}443 \cdot 10^{-11}\,m$$

Die Energie des gestreuten Röntgenquants:

$$E_2 = h \cdot \nu_2 = h \cdot \frac{c}{\lambda_2} = 4{,}136 \cdot 10^{-15}\,eVs \cdot \frac{2{,}988 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}}{6{,}443 \cdot 10^{-11}\,m} = 19{,}245\,keV$$

Die Energieänderung des Röntgenquants hat sich als kinetische Energie auf das Elektron übertragen:

$$E_{kin,Elektron} = \Delta E_{\gamma-Quant} = E_1 - E_2 = 20\,keV - 19{,}245\,keV = 0{,}755\,keV$$