

Es wirken zwei Kräfte auf den Stab: Die Gewichtskraft nach unten und die Lorentzkraft nach oben.

Es spielt keine Rolle, ob das Magnetfeld nach innen oder nach außen zeigt (das hängt vom Standpunkt des Betrachters ab).

Die Lenz'sche Regel besagt, dass die induzierten Größen stets so gerichtet sind, dass sie ihrer Ursache (hier die Fallbewegung) entgegenwirken.

Die Krafrichtung kann auch mit der Rechte-Hand-Regel gezeigt werden. Bewegt sich der Stab nach unten und zeigt das Magnetfeld in das Zeichenblatt, dann zeigt die Lorentzkraft auf eine positive Ladung nach rechts, der induzierte Strom fließt also nach rechts. Der stromdurchflossene Leiter erfährt durch das Magnetfeld eine Kraft, die nach oben zeigt, wie wir wiederum mit der Rechte-Hand-Regel zeigen können.

Die gleiche Krafrichtung auf den stromdurchflossenen Leiter erhalten wir, wenn das Magnetfeld aus dem Blatt heraus zeigt.

1.

2. Diagramm 1 stellt eine Bewegung mit konstanter Beschleunigung dar, da  $\dot{v} = a$   
 Bei Diagramm 2 ist eine Bewegung dargestellt, bei der die Beschleunigung zunimmt (Steigung wächst)  
 Diagramm 3 stellt eine Bewegung dar, bei der die Beschleunigung abnimmt und gegen null geht. Dies ist unsere Bewegung.

3. Wir setzen voraus, dass sich die Ladungen senkrecht zum Magnetfeld bewegen. Daher rechnen wir mit den Beträgen der Kräfte.

Die Grenzgeschwindigkeit ergibt sich für den Grenzfall, dass  $F_G = F_{Lorentz}$

Aus dem Gleichgewicht von elektrischer und magnetischer Kraft bei der Induktion erhalten wir die Gleichung  $Q \cdot E = Q \cdot v \cdot B \Rightarrow E = vB$

Es gilt weiters  $E \cdot s = U_{ind} \Rightarrow v \cdot B \cdot s = R \cdot I$

Für die Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter gilt  $F_{Lorentz} = I \cdot s \cdot B = \frac{B^2 \cdot s^2}{R} \cdot v$   
 Im Gleichgewicht der beiden wirkenden Kräfte gilt:

$$m \cdot g = \frac{B^2 s^2}{R} v \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{Grenz} = \frac{mgR}{B^2 s^2} = 0,589ms^{-1}$$

4. Bewegungsgleichung:

$$m \cdot a = F_G - F_{Lorentz} = m \cdot g - \frac{B^2 s^2}{R} v \Rightarrow$$

$$m \cdot \dot{v} = m \cdot g - \frac{B^2 s^2}{R} v \Rightarrow$$

Dies ist eine inhomogene lineare Differentialgleichung erster Ordnung.

Nachdem die Lösungsfunktion bekannt ist, könnten wir einfach einsetzen und den Parameter  $\tau$  ablesen.

Allgemeine Lösung:

Finde zunächst die Lösung für die homogene lineare Differentialgleichung:

$$m \cdot \dot{v} = -\frac{B^2 s^2}{R} v \Rightarrow$$

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = -\frac{B^2 s^2}{R} v$$

Wir trennen nun die Variablen:

$$m \cdot \frac{dv}{v} = -\frac{B^2 s^2}{R} dt$$

Wir integrieren beide Seiten:

$$\int m \cdot \frac{dv}{v} = \int -\frac{B^2 s^2}{R} dt$$

$$m \ln(v) = -\frac{B^2 s^2}{R} t + C$$

$$v_{homogen} = a \cdot e^{-\frac{B^2 s^2}{mR} \cdot t}$$

Dazu addieren wir eine partikuläre Lösung  $v_p$  der inhomogenen Differentialgleichung:

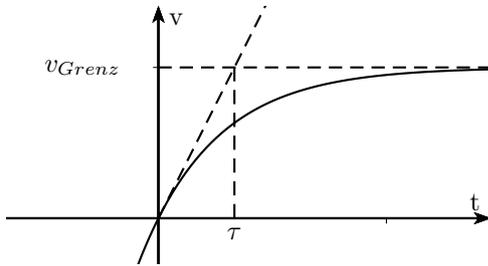
$$v_p = \frac{mgR}{B^2 s^2}$$

$$v = v_h + v_p = a \cdot e^{-\frac{B^2 s^2}{mR} \cdot t} + \frac{mgR}{B^2 s^2}$$

Nun bauen wir die Randbedingung ein:  $v(t=0) = 0 \Rightarrow a = -\frac{mgR}{B^2 s^2} \Rightarrow v(t) = \frac{mgR}{B^2 s^2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{B^2 s^2}{mR} \cdot t}\right)$

Damit bestätigen wir, dass  $v_{Grenz} = \frac{mgR}{B^2 s^2}$  und  $\frac{1}{\tau} = \frac{B^2 s^2}{mR} \Rightarrow \tau = \frac{v_{Grenz}}{g}$

Interpretation von  $\tau$ :



Die Ableitung der Geschwindigkeit zur Zeit  $t = 0$  ist  $g$  (die Fallbeschleunigung). Würde der Balken nicht gebremst, würde er in der Zeit  $\tau$  die Grenzgeschwindigkeit  $v_{Grenz} = g \cdot \tau$  erreichen.